**一、项目名称**

非交换（分裂）四元数力学中矩阵特征根和最小二乘理论及算法的研究

**二、提名单位（专家）意见**

我单位认真审阅了该项目推荐书及其附件材料，确认真实有效，相关栏目符合填写要求。

按照要求，我单位及完成人所在单位均进行了公示，确认完成人排序无异议。

由姜同松教授及其合作者完成的项目《非交换（分裂）四元数力学中矩阵特征根和最小二乘理论及算法的研究》，主要研究了四元数域上矩阵的特征值与最小二乘问题及其应用。本项目的研究不仅对四元数理论的进一步研究具有重要的意义，而且还将为数学物理及理论物理的发展应用提供理论支持和方法支撑。

2008年1月至2018年6月，该团队的研究成果分别发表在《Comput. Phys. Commun.》、《Appl. Math. Lett.》、《Comput. Math. Appl.》、《Appl. Math. Comput.》等权威SCI杂志上，其中数学物理TOP期刊，JCR分区一区影响因子3.627。5篇代表性论文均为JCR一区。相关研究工作得到了国内外同行的充分肯定和广泛引用。代表性论文SCI他引总次数62次。

参照山东省自然科学奖申报和推荐基本条件，建议推荐申报山东省自然科学三等奖。

**三、项目简介**

该项目在山东省自然科学基金等项目资助下完成，主要研究内容如下：

一是研究建立起了分裂四元数矩阵的特征值理论，给出分裂四元数矩阵特征值的代数方法。

分裂四元数矩阵的特征值理论在分裂四元数力学的研究和理论计算中扮演着重要的作用。由于分裂四元数代数系统的非交换性，特别分裂四元数含有零因子、幂零元和幂等元等特性，使得传统代数系统上的运算和算法失效。如何建立非交换分裂四元数环上量子力学中矩阵特征值的理论及代数算法是一疑难问题，检索发现以往没有人研究过这一难题。

二是研究了四元数和分裂四元数薛定谔方程问题，给出了四元数和分裂四元数薛定谔波方程的解的代数技巧。

薛定谔方程是四元数和分裂四元数量子力学中的重要研究内容，并在四元数和分裂四元数量子力学的理论研究和科学计算中扮演着非常重要的作用。由于四元数和分裂四元数代数系统的非交换性，特别分裂四元数含有零因子、幂零元和幂等元等特性，使得传统代数系统上的运算和算法失效。如何给出非交换四元数和分裂四元数环上量子力学中薛定谔方程的算法是一项疑难问题，检索发现以往也没有人研究过这一难题。

三是研究了四元数最小二乘问题，得到了求解四元数最小二乘问题和总体最小二乘问题的算法。

最小二乘问题和总体最小二乘问题是四元数量子力学中的重要研究内容，并在四元数量子力学的理论研究和科学计算中扮演着十分重要的作用。在非交换四元数量子力学的理论和数值计算中，人们遇到了非交换四元数线性方程组的近似解的难题，即非交换体四元数最小二乘问题和总体最小二乘问题。同样由于四元数代数系统的非交换性，使得传统代数系统上的运算和算法失效。如何给出非交换四元数除环上量子力学中最小二乘问题和总体最小二乘问题是一项困难问题，检索发现以往也没有人研究过这一难题。

**四、客观评价**

该成果运用（分裂）四元数矩阵的复表示和实表示的方法，对（分裂）四元数量子力学中的矩阵代数问题进行了探讨和研究。已有多篇论文发表在Computer Physics Communications、Computers Mathematics with Applications、Applied Mathematics Letters等刊物上，相关研究成果已经引起了国内外同行的广泛关注。同时关于（分裂）四元数矩阵的代数理论和数值方法，已经在量子力学、大数据科学、数值代数、和图像处理等应用领域，有了进一步的应用和发展，未来随着研究团队进一步的成果发表，必能带来更多的理论成果和应用价值。

**五、代表性论文论著与专利**

1. Tongsong Jiang\*; Zhaozhong Zhang\*; Ziwu Jiang, Algebraic techniques for eigenvalues and eigenvectors of a split quaternion matrix in split quaternionic mechanics, Computer Physics Communications, 2018, 229(1): 1-7.
2. Tongsong Jiang\*; Zhaozhong Zhang; Ziwu Jiang, A new algebraic technique for quaternion constrained least squares problems, Advances in Applied CliffordAlgebras, 2018, 28(14): 14.
3. Tongsong Jiang\*; Zhaozhong Zhang; Ziwu Jiang\*,Algebraic techniques for Schrödinger equations in split quaternionic mechanics, Computers Mathematics with Applications, 2018, 75: 2217-2222.
4. Tongsong Jiang\*; Xuehan Cheng; Sitao Ling\*, An algebraic technique for total least squares problem in quaternionic quantum theory,Applied Mathematics Letters, 2016, 52: 58-63.
5. Tongsong Jiang; Ziwu Jiang; Zhaozhong Zhang\*,Two Novel Algebraic Techniques for Quaternion Least Squares Problems in Quaternionic Quantum Mechanics, Advances in Applied Clifford Algebras, 2016, 26: 169-182.
6. Tongsong Jiang\*; Ziwu Jiang; Zhaozhong Zhang, Algebraic techniques for diagonalization of a split quaternion matrix in split quaternionic mechanics, Journal of Mathematical Physics, 2015, 56(8):223-232.
7. Sitao Ling; Tongsong Jiang\*; Xuehan Cheng, An Algorithm for Coneigenvalues and Coneigenvectors of Quaternion Matrices, Advances in Applied Clifford Algebras, 2015, 25(2): 377-384.
8. Sitao Ling; Xuehan Cheng; Tongsong Jiang\*, Consimilarity of quaternions and coneigenvalues of quaternion matrices, Applied Mathematics and Computation, 2015, 270: 984-992.
9. Tongsong Jiang\*; Xuehan Cheng; Sitao Ling, An Algebraic Relation between Consimilarity and Similarity of Quaternion Matrices and Applications, Journal of Applied Mathematics, 2014, 2014.
10. Tongsong Jiang\*; Sitao Ling, Algebraic Methods for Condiagonalization Under Consimilarity of Quaternion Matrices in Quaternionic Quantum Mechanics, Advances in Applied Clifford Algebras, 2013, 23(2): 405-415.
11. Tongsong Jiang\*; Sitao Ling, On a Solution of the Quaternion Matrix Equation and Its Applications, Advances in Applied Clifford Algebras, 2013, 23(3): 689-699 .
12. Tongsong Jiang\*; Jianli Zhao; Musheng Wei, A new technique of quaternion equality constrained least squares problem, Journal of Computational and Applied Mathematics, 2008, 216(2): 509-513.
13. Tongsong Jiang\*; Li Chen, An algebraic method for Schrödinger equations inquarternionic mechanics, Computer Physics Communications, 2008, 178: 795-799．

**六、主要完成人情况表**

1.姓名：姜同松，排序：1/3，职称：教授，工作单位：菏泽学院。

作为项目的首位人员，本人全面负责项目研究的整体策划设计论证分析和研究团队的具体组织及服务。上述研究成果是本人主持国家自然科学基金项目（现代量子力学中几类数学模型解的研究，编号：10671086，2008.12已结题）的后续研究成果，本人也是上述成果的通信作者。

2.姓名：张兆忠，排序：2/3，职称：副教授，工作单位：临沂大学。

讨论了四元数、分裂四元数矩阵的实表示和复表示方法，讨论了等式约束和不等式约束的分裂四元数最小二乘问题，以及分裂四元数矩阵特征值和特征向量的代数方法，同时进行数值实验，验证了相关方法的可行性和稳定性。

3.姓名：姜自武，排序：3/3，职称：副教授，工作单位：临沂大学。

作为项目组主要成员，利用分裂四元数矩阵的实表示，研究了分裂问题四元数薛定谔方程，并给出了分析分裂四元数薛定谔方程的代数技巧。研究了分裂四元数力学中求分裂四元数矩阵特征值和特征向量的代数方法。通过编写Matlab程序对成果中涉及到的方法进行模拟，验证了相关方法的可行性和稳定性。

**七、完成人合作关系说明**

项目首位完成人姜同松现为菏泽学院教授，张兆忠、姜自武现为临沂大学副教授。姜同松教授于2015年6月由临沂大学调动来到菏泽学院工作，三人在合作期间发表多篇SCI论文。姜同松教授全面负责项目研究的整体策划设计论证分析和研究团队的具体组织及服务，上述研究成果是姜同松教授研究课题的研究成果，姜同松教授也是上述成果的通信作者。